

## BAB III

# FUNGSI

### TUJUAN PRAKTIKUM

1. Memahami tentang Fungsi
2. Memahami perbedaan fungsi satu – satu dan fungsi pada
3. Mengetahui konsep hasil kali (produk) fungsi
4. Memahami invers dari fungsi
5. Mengetahui fungsi invers

### TEORI PENUNJANG

#### Fungsi

Istilah peta atau pemetaan (mapping) ataupun transformasi kerap kali digunakan menggantikan istilah fungsi. Istilah ini digunakan / dipakai tergantung pada kebiasaan dan kesenangan masing – masing pengguna.

Pandang bahwa untuk setiap anggota himpunan A dikaitkan dengan satu dan hanya satu anggota himpunan B, koleksi dari pengaitan semacam itu disebut suatu *fungsi* dari A ke B. Himpunan A disebut *domain* atau rumah dan himpunan B disebut *kodomain* dari fungsi.

Fungsi biasa dapat diberi nama seperti  $f$ ,  $g$ , dan sebagainya. Tulis fungsi  $f$  sebagai  $f: a \rightarrow B$ . Jika  $a \in A$ , maka anggota himpunan B yang merupakan kaitan dari  $a$  dapat kita tulis sebagai  $f(a)$ . Elemen  $f(a)$  tersebut dinamakan nilai fungsi dari  $a$ , atau peta dari  $a$ . Himpunan semua peta disebut *daerah nilai* (range) dari fungsi  $f$ . Daerah nilai merupakan himpunan bagian dari kodomain.

Fungsi acapkali disajikan dalam bentuk rumus (persamaan) matematika. Misalnya  $f$  adalah fungsi  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}$  adalah himpunan bilangan riil, yang memetakan setiap  $x \in \mathbb{R}$  ke kuadratnya. Disini rumus matematikanya adalah  $f(x) = x^2$ , yang dapat ditulis pula sebagai  $x \rightarrow x^2$ . Kadang ditulis pula  $Y = f(x) = x^2$ . Dimana  $x$  disebut variabel bebas dan  $y$  disebut variabel bergantung, karena nilai  $y$  bergantung dari pengambilan nilai  $x$ .

Grafik dari fungsi dapat digambarkan sepeerti grafik dari relasi. Kalau fungsi  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , maka kita dapat menggambar sumbu mendatar sebagai sumbu X dan sumbu tegak sebagai sumbu Y.

### Fungsi Satu – Satu, Fungsi Pada

Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  disebut satu – satu bila setiap elemen yang berbeda dari A mempunyai peta yang berbeda pula di B. Dengan perkataan lain bila  $a_1 \neq a_2$  maka  $f(a_1) \neq f(a_2)$ .

Contoh:

Fungsi  $f$  yang menetapkan tiap – tiap negara di dunia ibukota – ibukota yang berbeda, yaitu tidak ada kota yang merupakan ibukota dari dua negara yang berbeda.

Sedangkan fungsi pada digambarkan dengan  $f$  suatu fungsi dari A ke dalam B. Maka daerah nilai  $f(A)$  dari fungsi  $f$  adalah sub-himpunan B, yaitu  $f(A) \subset B$ . Jika  $f(A) = B$ , yaitu jika setiap anggota B muncul sebagai peta dari sekurang – kurangnya satu elemen A, maka kita katakan ” $f$  adalah suatu fungsi dari A pada B”, atau ” $f$  memetakan A pada B”, atau ” $f$  adalah suatu fungsi pada (onto function)”.

Misalkan A sembarang himpunan. Misalkan fungsi  $f : A \rightarrow A$  didefinisikan oleh rumus  $f(x) = x$ , yaitu, misalkan  $f$  menetapkan tiap – tiap elemen dalam A elemen yang bersangkutan itu sendiri. Maka  $f$  disebut fungsi satuan (identity function) atau transformasi satuan (identity transformation) pada A. Kita nyatakan fungsi ini dengan 1 atau  $1_A$ .

Suatu fungsi  $f$  dari A ke dalam B disebut fungsi konstan jika elemen  $b \in B$  yang sama ditetapkan untuk setiap elemen dalam A. Dengan kata lain,  $f : a \rightarrow B$  adalah suatu fungsi konstan jika daerah nilai dari  $f$  hanya terdiri dari satu elemen.

Contoh Program Fungsi Satu-satu dan Fungsi Pada :

```
import java.io.*;
class menufungsi
{
    private static BufferedReader input = new BufferedReader (new
    InputStreamReader(System.in));
    public static void main(String[] args) throws Exception
    {
```

```

System.out.print("masukkan byk nya himpunan A: ");
int x=Integer.parseInt(input.readLine());
int himpA [] = new int[x];
for (int i=0; i<x; i++)
{
    System.out.print("masukkan elemn A ke-"+(i+1)+" :");
    String a=input.readLine();
    himpA[i]=Integer.parseInt(a);
}
System.out.print("A={");
for(int i=0;i<x;i++)
{
    System.out.print(himpA[i]);
    if(i!=x-1)
        System.out.print(",");
}
System.out.println(")");
System.out.println();

System.out.print("masukan byk nya himpunan B: ");
int y=Integer.parseInt(input.readLine());
int himpB [] = new int [y];
for (int j=0; j<y; j++)
{
    System.out.print ("masukan elemen B ke-"+(j+1)+" :");
    String b=input.readLine();
    himpB[j]=Integer.parseInt(b);
}

System.out.print("B={");
for(int j=0;jB={");
if (x<=y)
for (int i=0; i<x; i++)
{
    for (int j=i; j<=i; j++)
        System.out.print("("+himpA[i]+","+himpB[j]+")");
    if (i!=x-1)
        System.out.print (" ,");
}
else
{
    for (int i=0; i<y; i++)
    {
        for (int j=i; j<=i; j++)
            System.out.print("("+himpA[i]+","+himpB[j]+")");
        System.out.print (" ,");
    }
    for (int i=y; i<x; i++)
    {
        for (int j=(i-y); jB={");
        if (x<=y)
        {
            for (int i=0; i<x; i++)
            {
                for (int j=i; j<=i; j++)
                    System.out.print("("+himpA[j]+","+himpB[i]+")");
                System.out.print (" ,");
            }
            for (int i=x; i<y; i++)
            {
                for (int j=(i-x); j<=(i-x); j++)
                    System.out.print("("+himpA[j]+","+himpB[i]+")");
            }
        }
    }
}

```

```

        if (i!=y-1)
            System.out.print (","");
    }
    else
    {
        for (int i=0; i<y; i++)
        {
            for (int j=i; j<=i; j++)

System.out.print("(" +himpA[i]+","+himpB[j]+")");
            if (i!=x-1)
                System.out.print (","");
        }
        for (int i=y; i<x; i++)
        {
            for (int j=(i-y); j<=(i-y); j++)

System.out.print("(" +himpA[i]+","+himpB[j]+")");
            if (i!=x-1)
                System.out.print (","");
        }
    }
    System.out.println ("}");
break;

default:
    System.out.println ("Pilihan tak ada dalam daftar!!");
break;
    }
}

```

### Hasil Kali (Produk) Fungsi

Misalkan  $f$  suatu fungsi dari  $A$  ke dalam  $B$  dan  $g$  dari  $B$  ke dalam  $C$  dimana  $B$  adalah kodomain dari  $f$ .

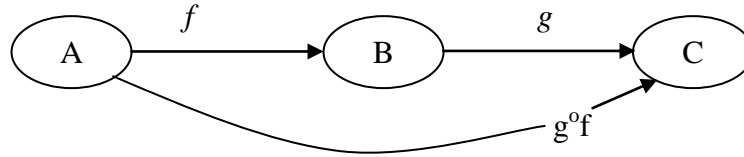


Misalkan  $a \in A$ ; maka petanya yaitu  $f(a)$  berada dalam  $B$ . Disini  $B$  adalah domain dari  $g$ . Oleh sebab itu, kita dapat memperoleh peta dari  $f(a)$  dibawah peta  $g$ , yaitu  $g(f(a))$ . Jadi kita mempunyai aturan yang menetapkan tiap – tiap elemen  $a \in A$  dengan suatu elemen yang terangkaikan dengan  $g(f(a)) \in C$ . Dengan kata lain, kita mempunyai suatu fungsi dari  $A$  kedalam  $C$ . Fungsi baru ini disebut hasil kali fungsi (*product function*) atau fungsi komposisi dari  $f$  dan  $g$  yang dinyatakan oleh

$$(g \circ f) \text{ atau } (gf)$$

Secara singkat, jika  $f : A \rightarrow B$  dan  $g : B \rightarrow C$  maka kita definisikan suatu fungsi  $(g \circ f) : A \rightarrow C$  dengan

$$(g \circ f)(a) \equiv g(f(a))$$



### Invers dari Fungsi

Misalkan  $f$  suatu fungsi dari  $A$  ke dalam  $B$ , dan misalkan  $b \in B$ . Maka invers dari  $b$ , dinyatakan oleh

$$f^{-1}(b)$$

yang terdiri atas elemen – elemen  $A$  yang dipetakan pada  $b$ , yaitu elemen – elemen dalam  $A$  yang memiliki  $b$  sebagai bayangannya. Secara lebih singkat, jika  $f : A \rightarrow B$  maka:

$$f^{-1}(b) = \{x \mid x \in A, f(x) = b\}$$

Perhatikan bahwa  $f^{-1}(b)$  adalah selalu sebuah sub himpunan dari  $A$ . Kita membaca  $f^{-1}$  sebagai "f invers".

### Fungsi Invers

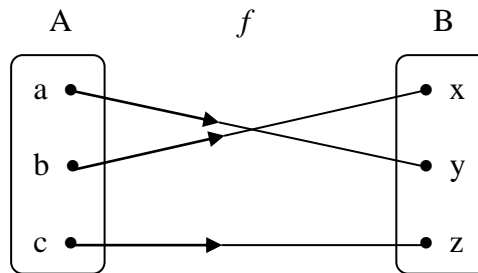
Misalkan  $f$  suatu fungsi dari  $A$  ke dalam  $B$ . Pada umumnya,  $f^{-1}(b)$  dapat terdiri atas lebih dari satu elemen atau mungkin adalah himpunan kosong  $\emptyset$ . Jika sekarang  $f : A \rightarrow B$  adalah suatu fungsi satu – satu dan suatu fungsi pada, maka untuk setiap  $b \in B$ , invers  $f^{-1}(b)$  akan terdiri dari sebuah elemen tunggal dalam  $A$ . Dengan demikian, kita mempunyai suatu aturan yang menetapkan untuk setiap  $b \in B$ . Suatu elemen tunggal  $f^{-1}(b)$  dalam  $a$ . Oleh sebab itu,  $f^{-1}$  adalah suatu fungsi dari  $B$  ke dalam  $A$ , dan dapat ditulis:

$$f^{-1} : B \rightarrow A$$

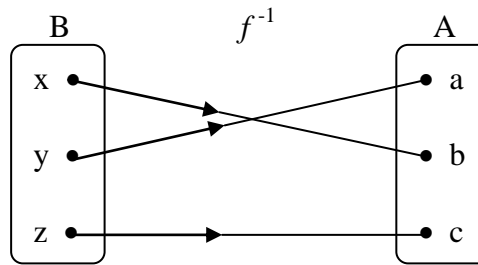
Dalam keadaan ini, bila  $f : A \rightarrow B$  adalah satu – satu dan pada, maka kita menyebut  $f^{-1}$  fungsi invers dari  $f$ .

Contoh:

Misalkan fungsi  $f: A \rightarrow B$  didefinisikan oleh diagram



Perhatikan bahwa  $f$  adalah satu – satu dan pada. Dengan demikian  $f^{-1}$ , yaitu fungsi invers ada. Dibawah ini  $f^{-1}: B \rightarrow A$  dalam diagram



Perhatian selanjutnya, bahwa jika kita arahkan anak – anak panah dalam arah yang terbalik dari diagram  $f$  maka kita pada dasarnya memperoleh diagram dari  $f^{-1}$ .

Contoh program :

```

import java.io.*;
class invers
{
    private static BufferedReader input=new BufferedReader (new
    InputStreamReader(System.in));
    public static void main(String[]args)throws Exception
    {
        //himp A
        System.out.print("Banyaknya Himpunan S = ");
        int a = Integer.parseInt(input.readLine());
        int himpS[]=new int[a];
        for (int i=0;i<a;i++)
        {
            System.out.print("Elemen S ke-"+(i+1)+" :");
            String x = input.readLine();
            himpS[i]=Integer.parseInt(x);
        }

        System.out.print("S={");
        for (int i=0;i<a;i++)
  
```

```

        {
            System.out.print(himpS[i]);
            if (i!=a-1)
                System.out.print(",");
        }
        System.out.println("\n\n");

        //himpB
        System.out.print("Banyaknya Himpunan G = ");
        int b = Integer.parseInt(input.readLine());
        int himpG[]=new int[b];
        for (int j=0;j<b;j++)
        {
            System.out.print("Elemen G ke-"+(j+1)+" :");
            String y = input.readLine();
            himpG[j]=Integer.parseInt(y);
        }

        System.out.print("G={");
        for (int j=0;j<a;j++)
        {
            System.out.print(himpG[j]);
            if (j!=b-1)
                System.out.print(",");
        }
        System.out.println("\n\n");

        //fungsi
        System.out.print("Fungsi S ke G =({");
        if(a<=b)
            for (int i=0;i<a;i++)
            {
                for (int j=i;j<=i;j++)
                    System.out.print("(" +himpS[i]+", "+himpG[j]+")");
                if(i!=a-1)
                    System.out.print(",");
            }
        else
        {
            for (int i=0;i<b;i++)
            {
                for(int j=i;j<=i;i++)
                    System.out.print("(" +himpS[i]+", "+himpG[j]+")");
                System.out.print(",");
            }
            for (int i=b;i<x;i++)
            {
                for (int j=(i-b);j<=(i-b);j++)
                    System.out.print("(" +himpS[i]+", "+himpG[j]+")");
                if(i!=a-1)
                    System.out.print(",");
            }
        }
        System.out.print("Invers fungsi ini adalah = (");
        if(x<+y)
            for(int i=0;i<a;i++)
            {
                for(int j=i;j<=i;j++)
                    System.out.print("(" +himpG[j]+", "+himpS[i]+")");
                if(i!=a-1)
                    System.out.print(",");
            }
        else

```

```
(
    for(int i=0;i<b;i++)
    {
        for(int j=i;j<=i;j++)
            System.out.print("(" +himpG[j] +", "+himpS[i] +") ")
        System.out.print(", ");
    }
    for(int i=b;i<a;i++)
    {
        for(int j=(i-b);j<=(i-B);j++)
            System.out.print("(" +himpG[j] +", "+himpS[i] +") ")
        if(i!=a-1)
            System.out.print(", ");
    }
    System.out.print(", ");
}
}
```

### LAPORAN PENDAHULUAN

1. Jelaskan yang kalian ketahui tentang fungsi?
2. Apa perbedaan antara fungsi satu – satu dengan fungsi pada, Jelaskan!!

### LAPORAN AKHIR

Membuat program tentang fungsi antar himpunan dimana terdapat domain dan kodomain, menggunakan bahasa basic seperti langkah – langkah yang telah diberikan saat praktikum berlangsung. Jelaskan langkah – langkah dan logika program tersebut menggunakan bahasa kalian sendiri.